

A. KIẾN THỨC

I. Đại số

1. Thống kê, bảng tần số, số trung bình cộng. Biểu đồ
2. Biểu thức đại số. Giá trị của biểu thức đại số.
3. Đơn thức, đơn thức đồng dạng. Cộng, trừ đơn thức đồng dạng.
4. Đa thức. Cộng, trừ đa thức.

Đa thức một biến. Cộng, trừ đa thức một biến. Nghiệm của đa thức một biến.

II. Hình học

1. Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác và của hai tam giác vuông.
2. Tam giác cân, tam giác đều. Định lý Pytago.
3. Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu.
4. Các đường đồng quy trong tam giác.

B. PHÂN DẠNG VÀ MỘT SỐ BÀI TẬP MINH HỌA

I. Đại số

1. Dạng 1: Các bài toán về thống kê.

Bài 1.1: Thời gian làm một bài tập của một số học sinh lớp 7 (tính bằng phút) được thống kê bởi bảng sau:

6	7	6	4	5	6
5	7	8	8	9	7
7	6	5	5	4	9

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?
- b) Lập bảng tần số, nêu nhận xét.
- c) Tính số trung bình cộng, tìm một của dấu hiệu
- d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

Bài 1.2: Điểm kiểm tra môn toán học kì II của 40 học sinh lớp 7A được ghi lại trong bảng sau:

3	6	8	4	8	10	6	7	6	9
6	8	9	6	10	9	9	8	4	8
8	7	9	7	8	6	6	7	5	10
8	8	7	6	9	7	10	5	8	9

- a) Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị khác nhau của dấu hiệu?
- b) Lập bảng tần số và nêu nhận xét.
- c) Tính số trung bình cộng và tìm một của dấu hiệu.
- d) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

2. Dạng 2: Tính giá trị của một biểu thức đại số

Bài 2.1: Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 2x^2 - \frac{1}{3}y$, tại $x = 2$; $y = 9$.

b) $B = \frac{1}{2}a^2 - 3b^2$, tại $a = -2$; $b = -\frac{1}{3}$.

c) $P = 2x^2 + 3xy + y^2$ tại $x = -\frac{1}{2}$; $y = \frac{2}{3}$.

d) $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^3\right)$ tại $x = 2$; $y = \frac{1}{4}$.

Bài 2.2: Cho đa thức

$$P(x) = x^4 + 2x^2 + 1; \quad Q(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1;$$

Tính : $P(-1)$; $P(\frac{1}{2})$; $Q(-2)$; $Q(1)$;

3. Dạng 3. Cộng, trừ đơn thức, đa thức

Bài 3.1: Cho đa thức :

$$A = 4x^2 - 5xy + 3y^2; \quad B = 3x^2 + 2xy - y^2. \text{ Tính } A + B; A - B.$$

Bài 3.2: Tìm đa thức M, N biết:

$$a) M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \quad b) (3xy - 4y^2) - N = x^2 - 7xy + 8y^2$$

Bài 3.3: Cho hai đa thức: $A = 3x^2y - 2xy^2 + 2x^2y + 2xy + 3xy^2$

$$B = 2x^2y + xy + xy^2 - 4xy^2 - 5xy.$$

a) Thu gọn các đa thức A và B.

b) Tính $A + B$, $A - B$, $B - A$

Bài 3.4: Cho các đa thức

$$M = 2xy^3 - 8xy^2 + 5x^3$$

$$N = -x^3 + xy^3 + 4xy^2 + 2$$

Hãy tính $M + N$, $M - N$ và tính giá trị của mỗi đa thức M, N tại $x = 1$, $y = -1$.

4. Dạng 4. Cộng, trừ đa thức một biến. Nghiệm của đa thức một biến.

Bài 4.1: Cho $f(x) = 9 - x^5 + 4x - 2x^3 + x^2 - 7x^4$;

$$g(x) = x^5 - 9 + 2x^2 + 7x^4 + 2x^3 - 3x.$$

a) Sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính tổng $h(x) = f(x) + g(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $h(x)$.

Bài 4.2: Cho các đa thức: $P(x) = 3x^5 + 5x - 4x^4 - 2x^3 + 6 + 4x^2$

$$Q(x) = 2x^4 - x + 3x^2 - 2x^3 + \frac{1}{4} - x^5$$

a) Sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa tăng của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$

c) Chứng tỏ rằng $x = -1$ là nghiệm của $P(x)$ nhưng không phải là nghiệm của $Q(x)$

Bài 4.3: Cho hai đa thức $P(x) = 2x^3 - 2x + x^2 - x^3 + 3x + 2$ và

$$Q(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 4x - 3x^3 + 4x^2 + 1$$

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$; $P(x) - Q(x)$

c) Tính $P(-1)$; $Q(2)$.

Bài 4.4: Tìm nghiệm của đa thức:

$$a) P(x) = 4x - \frac{1}{2};$$

$$b) Q(x) = (x-1)(x+1);$$

$$c) B(x) = -x^2 + 16;$$

$$d) C(x) = 3x^2 + 12.$$

II. Hình học

1. Dạng 1: Chứng minh hai tam giác bằng nhau, hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau, hai đường thẳng song song, hai đường thẳng vuông góc ...

Bài 1.1: Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy D sao cho $AD=AB$, trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE=AC$.

a) Chứng minh rằng: $DE = BC$.

b) Chứng minh: $BE \parallel CD$.

c) Gọi M là trung điểm của BE và N là trung điểm của CD. Chứng minh: $AM=AN$.

Bài 1.2: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = AC$. Gọi K là trung điểm của cạnh BC.

- a) Chứng minh $\triangle AKB = \triangle AKC$ và $AK \perp BC$.
- b) Từ C kẻ đường vuông góc với BC, nó cắt AB tại E. Chứng minh $EC \parallel AK$.
- c) Chứng minh $CE = CB$.

Bài 1.3: Cho tam giác ABC có $AB = AC$ và tia phân giác góc A cắt BC ở H.

- a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$
- b) Chứng minh $AH \perp BC$
- c) Vẽ $HD \perp AB$ ($D \in AB$) và $HE \perp AC$ ($E \in AC$). Chứng minh: $HD = HE$

2. Dạng 2: Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác.

Bài 2.1: Cho ABC có $AB < AC$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho $BM = BA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $CN = CA$.

- a) So sánh các góc AMB và ANC.
- b) So sánh các độ dài AM và AN.

Bài 2.2: Cho tam giác ABC có $CA = CB = 10\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$. Kẻ CI vuông góc với AB (I thuộc AB)

- a) Chứng minh $IA = IB$
- b) Tính độ dài IC.
- c) Kẻ IH vuông góc với AC (H thuộc AC), kẻ IK vuông góc với BC (K thuộc BC). So sánh các độ dài IH và IK.

Bài 2.3: Cho $\triangle ABC$ có $AC > AB$, trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. Nối C với D.

- a) Chứng minh góc ADC lớn hơn góc DAC.
- b) Kẻ đường cao AH. Gọi E là một điểm nằm giữa A và H. So sánh HC và HB; EC và EB.

Bài 2.4: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{ cm}$; $AC = 8\text{ cm}$; $BC = 10\text{ cm}$.

- a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.
- b) Vẽ tia phân giác BD của góc ABC (D thuộc AC), từ D vẽ $DE \perp BC$ ($E \in BC$). Chứng minh $DA = DE$.
- c) Kéo dài ED và BA cắt nhau tại F. Chứng minh $DF > DE$.
- d) Chứng minh đường thẳng BD là đường trung trực của đoạn thẳng FC.

3. Dạng 3: Các đường đồng quy trong tam giác

Bài 3.1: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D. trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$.

- a) Chứng minh $BE = CD$.
- b) Chứng minh góc ABE và góc ACD bằng nhau
- c) Gọi K là giao điểm của BE và CD. Tam giác KBC là tam giác gì? Vì sao?
- d) Ba đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm.

Bài 3.2: Cho tam giác ABC vuông ở C, có góc A bằng 60° . Tia phân giác của góc BAC cắt BC ở E. Kẻ EK vuông góc với AB (K thuộc AB), BD vuông góc với tia AE (D thuộc tia AE). Chứng minh:

- a) $AC = AK$ và AE vuông góc CK.
- b) Tam giác AKC là tam giác đều.
- c) $EB > AC$.
- d) Ba đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm.

Bài 3.3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A (góc A nhọn); các đường cao BD, CE ($D \in AC$; $E \in AB$) cắt nhau tại H

- a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACE$

b) Chứng minh $\triangle BHC$ là tam giác cân

c) So sánh HB và HD

d) Trên tia đối của tia EH lấy điểm N sao cho $NH < HC$; trên tia đối của tia DH lấy điểm M sao cho $MH = NH$. Chứng minh các đường thẳng BN; AH; CM đồng quy

C. MỘT SỐ BÀI TẬP KHÁC

Bài 1: Chứng minh rằng với $n \in \mathbb{N}^*$

a) $8 \cdot 2^n + 2^{n+1}$ có tận cùng bằng chữ số 0;

b) $3^{n+3} - 2 \cdot 3^n + 2^{n+5} - 7 \cdot 2^n$ chia hết cho 25;

c) $10^n + 18^n - 1$ chia hết cho 27

Bài 2: Cho đa thức: $P(x) = 100x^{100} + 99x^{99} + 98x^{98} + \dots + 2x^2 + x$.

Tính $P(1)$.

Bài 3: Cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hãy chứng tỏ rằng:

a) Nếu $a + b + c + d = 0$ thì đa thức $f(x)$ có một nghiệm là $x = 1$

b) Nếu $-a + b - c + d = 0$ thì đa thức $f(x)$ có một nghiệm là $x = -1$.

Bài 4: Tìm một nghiệm của mỗi đa thức sau:

a) $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

b) $g(x) = 11x^3 + 5x^2 + 4x + 10$

c) $h(x) = -17x^3 + 8x^2 - 3x + 12$

----- **Hết** -----

Đồng Tiến, ngày 15/04/2021
NGƯỜI SOẠN NỘI DUNG

Bùi Thị Thúy Lan