

A. KIẾN THỨC

I. Đại số

1. Trình bày dạng tổng quát; số nghiệm và minh họa hình học của phương trình bậc nhất hai ẩn; hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.
2. Nêu tính chất của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và nhận xét đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$).
3. Nêu định nghĩa, công thức nghiệm; công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai một ẩn. Nêu các phương trình quy về phương trình bậc hai và các bước giải.
4. Nêu định lý Vi-ét và ứng dụng (nhân nghiệm; tìm 2 số khi biết tổng và tích).
5. Nêu các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

II. Hình học

1. Nêu định nghĩa, định lý, hệ quả (nếu có) của 5 loại góc với đường tròn.
2. Nêu định nghĩa, định lý, các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp.
3. Nêu định nghĩa, định lý đường tròn ngoại tiếp, đường tròn nội tiếp. Trong các loại tứ giác, những hình nào nội tiếp đường tròn?
4. Các công thức tính độ dài đường tròn, cung tròn, diện tích hình tròn, hình quạt tròn.
5. Các công thức tính diện tích, thể tích, các hình: hình trụ, hình nón, hình cầu.

B. MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP

I. Đại số

1. **Dạng 1.** Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.
2. **Dạng 2.** Tìm giá trị của tham số để hệ phương trình bậc nhất hai ẩn thỏa mãn điều kiện cho trước (VD: có một nghiệm, vô số nghiệm, vô nghiệm).
3. **Dạng 3.** Giải phương trình bậc hai một ẩn, phương trình quy về phương trình bậc hai (phương trình trùng phương, phương trình chứa ẩn ở mẫu, phương trình tích).
4. **Dạng 4.** Chứng minh hoặc tìm giá trị của tham số để phương trình bậc hai một ẩn có nghiệm, có nghiệm kép, vô nghiệm; thỏa mãn điều kiện (VD 2 nghiệm cùng dấu, 2 nghiệm trái dấu...); có nghiệm thỏa mãn hệ thức cho trước.
5. **Dạng 5.** Vẽ đồ thị hàm số bậc nhất, hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$); tìm giao điểm của hai đồ thị hàm số bằng phương pháp đồ thị và phương pháp đại số.
6. **Dạng 6.** Vận dụng hệ thức Viet tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình bậc hai; tính nhân nghiệm của phương trình, tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng.
7. **Dạng 7:** Giải bài toán bằng cách hệ phương trình, lập phương trình.

II. Hình học

1. **Dạng 1.** Các bài tập tổng hợp về góc với đường tròn (Tính số đo góc, số đo cung; chứng minh: hai góc bằng nhau, hai đoạn thẳng bằng nhau, hai cung bằng nhau, tứ giác nội tiếp; chứng minh hệ thức...).
2. **Dạng 2.** Các bài tập về độ dài và diện tích hình tròn (độ dài: đường tròn, cung tròn và diện tích: hình tròn, hình quạt tròn, hình viên phân, hình vành khăn).
3. **Dạng 3.** Các bài tập về diện tích và thể tích các hình: hình chóp, hình chóp cụt, mặt cầu; hình cầu.

C. BÀI TẬP MINH HỌA

I. Đại số

1. Dạng 1. Giải các hệ phương trình sau:

Bài 1.1:

$$a) \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} \frac{2}{3x-1} + 5y = 7 \\ \frac{-3}{3x-1} + 7y = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 10x - 2y = -2 \\ -5x + y = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-4} = -1 \\ \frac{x+3}{x+1} + \frac{y+1}{y-4} = 9 \end{cases}$$

2. Dạng 2

Bài 2.1: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + 2y = m \end{cases}$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất? hệ vô số nghiệm?

Bài 2.2: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ mx + 3y = 5 \end{cases}$

Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm dương.

Bài 2.3: Tìm giá trị m để hệ phương trình sau có nghiệm âm: $\begin{cases} 3x - 6y = 1 \\ 5x - my = 2 \end{cases}$

3. Dạng 3. Giải các phương trình sau:

Bài 3.1:

$$a) 3x^2 - 5x = 0$$

$$b) 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$c) -2x^2 + 8 = 0$$

$$d) x^4 - 4x^2 - 5 = 0$$

$$e) x^4 - 8x^2 - 48 = 0$$

$$f) 2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$$

$$h) 3x^4 - 12x^2 + 9 = 0$$

$$g) x^2 + x - 2 = 0$$

$$i) 16x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$j) \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1$$

4. Dạng 4

Bài 4.1: Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi m = 1

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

Bài 4.2: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị m

b) Tìm m để phương trình có 1 nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

c) Gọi x_1 và x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1) và đặt $B = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 5$.

Chứng minh $B = 4m^2 - 10m + 1$. Với giá trị nào của m thì B đạt GTNN? Tìm GTNN đó của B

d) Tìm một hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm x_1 và x_2 độc lập với m

Bài 4.3: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 2 = 0$ (m là tham số)

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt?

b) Tính $E = x_1^2 + x_2^2$ theo m.

c) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn: $x_1 - x_2 = 4$.

Bài 4.4: Cho phương trình $x^2 - 2(m+3)x + m^2 + 3 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có 1 nghiệm là 2.

b) Với giá trị nào thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt? Hai nghiệm này có thể trái dấu được không? Tại sao?

c) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm kép? Tìm nghiệm kép đó.

5. Dạng 5

Bài 5.1: Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị là (P)

a. Xác định a biết rằng (P) đi qua điểm A (-2; 1). Vẽ (P)

b. Các điểm M(2; 1), N(-4; -4) có thuộc (P) không? Tại sao?

c. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) $y = -x + m$ tiếp xúc với (P). Vẽ đường thẳng (d) với m vừa tìm được và xác định tọa độ tiếp điểm.

Bài 5.2: Trong cùng 1 hệ trục tọa độ gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$ và (D) là đồ thị của hàm số $y = -x + 2$

a. Vẽ (P) và (D)

b. Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng đồ thị và kiểm tra lại kết quả bằng phương pháp đại số.

c. Tìm a, b trong hàm số $y = ax + b$, biết rằng đồ thị (d) của hàm số này song song với (D) và cắt (P) tại điểm có hoành độ (-1).

6. Dạng 6

Bài 6.1: Không giải phương trình dùng hệ thức Viet hãy tính tổng và tích các nghiệm của mỗi phương trình sau:

a) $mx^2 - 2(m+1)x + m + 2 = 0$ ($m \neq 0$)

b) $4x^2 + 2x - 5 = 0$

c) $(2 - \sqrt{3})x^2 + 4x + 2 + \sqrt{2} = 0$

d) $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$

Bài 6.2: Tìm hai số u và v trong mỗi trường hợp sau:

a) $u + v = 42$; $u.v = 441$

b) $u + v = -42$; $u.v = -400$

7. Dạng 7

Bài 7.1: Cho một số tự nhiên có 2 chữ số, tổng các chữ số bằng 8, nếu đổi vị trí 2 chữ số cho nhau thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 36 đơn vị. Tìm số đã cho?

Bài 7.2: Hai công nhân làm chung một công việc thì mất 40 giờ. Nếu người thứ nhất làm 5 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành $\frac{2}{15}$ công việc.

Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì phải mất bao nhiêu thời gian mới hoàn thành công việc?

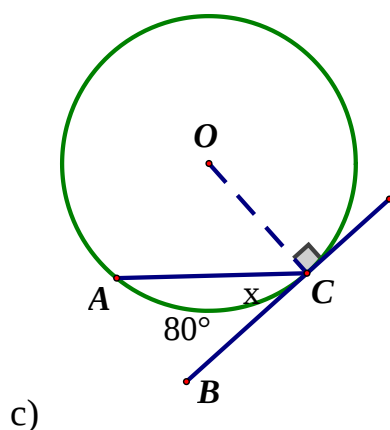
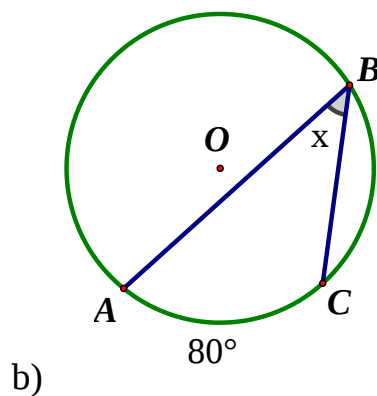
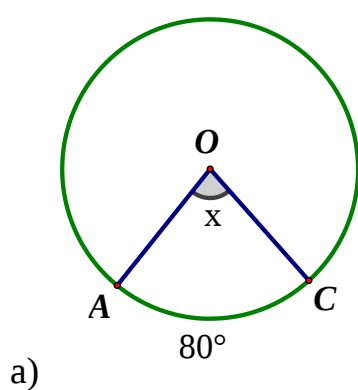
Bài 7.3: Một ô tô và một mô tô khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 200 km đi ngược chiều và gặp nhau sau 2,5 giờ. Tính vận tốc của ô tô và mô tô, biết rằng vận tốc mô tô nhỏ hơn vận tốc ô tô là 20 km/h.

Bài 7.4: Một ô tô đi trên đoạn đường AB với vận tốc 55 km/h, rồi tiếp tục từ B đến C với vận tốc tăng thêm 5 km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 290 km và thời gian ô tô đi trên đoạn đường AB ít hơn thời gian ô tô đi trên đoạn đường BC là 1 giờ. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường AB và BC.

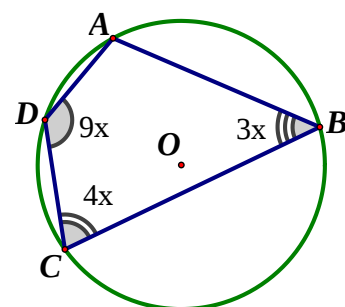
II. Hình học

1. Dạng 1,2.

Bài 1.1: Cho các hình vẽ biết số đo cung nhỏ AC bằng 80° . Tính số đo góc x.



Bài 1.2: Cho tứ giác ABCD nội tiếp (như hình vẽ), tính số đo góc A của tứ giác ABCD.



Bài 1.3: Trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB, vẽ nửa đường tròn (O) đường kính AB và tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn. Phân giác góc CAx cắt đường tròn tại E, cắt BC ở D. Chứng minh:

- Tam giác ABD là tam giác cân.
- BE cắt Ax tại K. Chứng minh tứ giác AKDH là hình thoi.

Bài 1.4: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ dây CD vuông góc với đường kính AB tại H. Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ CB, I là giao điểm của CB và OM. Chứng minh:

- MA là tia phân giác góc CMD
- Bốn điểm O, H, C, I cùng nằm trên một đường tròn.
- Đường vuông góc vẽ từ M đến AC cũng là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M.

Bài 1.5: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O ; R). Phân giác của góc ABC và góc ACB cắt đường tròn (O) lần lượt tại E và F.

- Chứng minh $OF \perp AB$ và $OE \perp AC$
- Gọi M là giao điểm của OF và AB; N là giao điểm của OE và AC. Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác này.
- Gọi I là giao điểm của BE và CF và D là điểm đối xứng của I qua BC. Chứng minh: $ID \perp MN$.
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để điểm D thuộc (O; R).

Bài 1.6: Từ một điểm E ở bên ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến EA; EB với đường tròn. Trên cung nhỏ AB lấy điểm F vẽ $FC \perp AB$; $FD \perp EA$; $FM \perp EB$ ($C \in AB$; $D \in EA$; $M \in EB$). Chứng minh rằng:

- Các tứ giác ADFC; BCFM là tứ giác nội tiếp.
- $FC^2 = FD \cdot FM$
- Cho biết $OE = 2R$. Tính các cạnh của $\triangle EAB$.

Bài 1.7: Cho tam giác ABC có $AB = AC$ các đường cao AG; BE; CF gặp nhau tại H.

a) Chứng minh: tứ giác AEHF nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

b) Chứng minh: GE là tiếp tuyến của (I).

c) Chứng minh: $AH \cdot BE = AF \cdot BC$

d) Cho bán kính của (I) là R và góc BAC bằng α . Tính độ dài đường cao BE của tam giác ABC.

Bài 1.8: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Từ A và B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn (các tiếp tuyến Ax, By và nửa đường tròn cùng nằm trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B) kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt tại C và D.

1. CMR:

a) Tứ giác AOMC nội tiếp.

b) $CD = CA + DB$ và góc COD bằng 90° .

c) $AC \cdot BD = R^2$.

2. Khi góc BAM bằng 60° . Chứng tỏ tam giác BDM là tam giác đều và tính diện tích của hình quạt tròn chắn cung MB của nửa đường tròn đã cho theo R.

2. Dạng 3:

Bài 2.1: Quay tam giác vuông ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) một vòng quanh AB được một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón biết $BC = 12$ cm và góc ABC bằng 30° .

Bài 2.2: Một hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy. Biết thể tích hình trụ là 128π cm^3 , tính diện tích xung quanh của nó.

Bài 2.3: Một hình nón có bán kính kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh bằng 65π cm^2 . Tính thể tích của hình nón đó.

Bài 2.4: Một hình cầu có diện tích bề mặt là 36π cm^2 . Tính thể tích của hình cầu đó.

III. Bài tập khuyến khích

Bài 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x + 3\sqrt{x-2}}{x + 4\sqrt{x-2} + 1}$

Bài 2: Giải phương trình:

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$$

Bài 3: Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + 3 \geq 4 \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \right)$$

Bài 4: Cho các số thực x, y không âm chứng minh rằng: $\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x+y} - \frac{x+y}{2} \leq \frac{1}{4}$

Bài 5: Cho các số dương a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$

Bài 6: Cho ba số x, y, z thỏa mãn đồng thời : $x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2020} + y^{2020} + z^{2020}$.

Bài 7: Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a + b + c = 2020$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$.

----- **Hết** -----

Đông Tiến, ngày 17/4/2021

Người soạn nội dung

(Đã ký)

Trịnh Thị Hằng