TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN
TỔ KHOA HỌC TỰ NHIÊN

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN – LỚP 9
Năm học 2025 - 2026

I. KIẾN THỨC
1. ĐẠI SỐ
1. Hiểu và biết giải phương trình, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.
2. Hiểu và vận dụng kiến thức vào giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.
3. Biết giải phương trình đưa được về phương trình bậc nhất một ẩn.
4. Hiểu và biết vận dụng chứng minh bất đẳng thức và giải bất phương trình.
5. Viết các phép biến đổi căn thức bậc hai.
6. Biết vận dụng các phép biến đổi để rút gọn biểu thức chứa căn.
7. Hiểu thế nào là căn bậc ba và biết vận dụng vào một số bài toán thực tế.

2. HÌNH HỌC
1. Viết tỉ số lượng giác của góc nhọn, một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông.
2. Viết công thức tính độ dài cung tròn, diện tích quạt tròn và hình vành khuyên.
3. Hiểu và biết vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.
4. Nêu dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến, tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau.
5. Hiểu và biết vị trí tương đối của 2 đường tròn.

II. BÀI TẬP
Dạng 1. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình.
Dạng 2. Rút gọn biểu thức số.
Dạng 3. Rút gọn biểu thức và các bài toán liên quan.
Dạng 4. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.
Dạng 5. Bài toán thực tế
- Sử dụng công thức tính độ dài cung tròn, diện tích quạt tròn và hình vành khuyên vào giải bài toán thực tế.

Dạng 6. Bài tập hình học tổng hợp
- Chứng minh bốn điểm thuộc một đường tròn.
- Chứng minh các hệ thức.
- Chứng minh tiếp tuyến.
- Xác định vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn.
- Xác định vị trí tương đối của 2 đường tròn.

III. MỘT SỐ BÀI TẬP MINH HỌA
Dạng 1. Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình.
Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $(x-3)(3x+2)=0$

b) $2x(-x+3)=0$

c) $(x^2+2025)(3-6x)=0$

d) $(x^2-9)(-3x-2)=0$

e) $3x(x-6)+8(x-6)=0$

f) $(2x-7)^2-(3x+1)^2=0$

g) $(x-5)(x+2)=x^2-5x$

h) $x^2-9-(x+3)(3x+1)=0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{9}{x}+\frac{2x}{x+5}=2$

b) $\frac{2}{2x+1}+\frac{1}{x+1}=\frac{3x-2}{(2x+1)(x+1)}$

c) $\frac{x}{x+3}+\frac{2}{x-3}=\frac{-2x-6}{x^2-9}$

d) $\frac{3}{x+4}+\frac{x-12}{16-x^2}=\frac{-2x}{x-4}$

e) $\frac{1}{x+1}=\frac{3x}{x^3+1}+\frac{x}{x^2-x+1}$

f) $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x(x-2)}+\frac{x-4}{x(x+2)}=0$

g) $\frac{12x+1}{6x-2}-\frac{9x-5}{3x+1}=\frac{108x-36x^2-9}{4(9x^2-1)}$

h) $\frac{3}{4(x-5)}+\frac{15}{50-2x^2}=\frac{7}{6x+30}$

Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x}=3$ với $x\geq 0$

b) $x^2=3$

c) $\sqrt{x^2}=4$

d) $\sqrt{x+1}+\sqrt{9x+9}=8$

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a) $7x+20\geq 0$

b) $-5x+3<2x+5$

c) $3x-(6+2x)\leq 3.(x+4)$

d) $3-2x-\frac{6+4x}{3}>0$

e) $3-5(x+2)<2(x-7)$

f) $\sqrt{x}<5$

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases}3x+2y=9\\x-4y=-11\end{cases}$

b) $\begin{cases}0,4x+0,3y=1,1\\-0,5x+0,2y=1,5\end{cases}$

c) $\begin{cases}\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y-1=0\\-4x+6y=3\end{cases}$

d) $\begin{cases}\frac{-2}{x}+\frac{3}{y}=5\\\frac{3}{x}-\frac{4}{y}=-1\end{cases}$

Dạng 2. Rút gọn biểu thức số.

Bài 6. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{72}+\sqrt{4\frac{1}{2}}-\sqrt{32}-\sqrt{162}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{48}-2\sqrt{75}-\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+5\sqrt{1\frac{1}{3}}$

c) $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2}-\frac{\sqrt{216}}{3}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{6}}$

d) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+1\right)\cdot\frac{1}{(\sqrt{2}+1)^2}$

e) $\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1}+\frac{4}{\sqrt{6}-2}-\frac{12}{3-\sqrt{6}}\right)(\sqrt{6}+11)$

f) $\left(1-\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)\left(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}-1\right)$

g) $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

i) $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right):\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

k) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}+2\sqrt{\frac{2}{3}}-4\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(3\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{12}-\sqrt{6}\right)$

n) $\left(\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+1\right)\cdot\frac{1}{(\sqrt{3}+1)^2}$

Bài 7. Rút gọn các biểu thức sau

a) $(\sqrt[3]{2}+1)(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)$

b) $(\sqrt[3]{5}+1)^3-3\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{5}+1)$

c) $\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$

d) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

Dạng 3. Rút gọn biểu thức và các bài toán liên quan.

Bài 8. Cho biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{2+5\sqrt{x}}{x-4}$ với $x\geq 0; x\neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A=\frac{1}{2}$.

Bài 9. Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{x-\sqrt{x}+2}{x-4}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0; x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

c) Cho P = B : A. Tìm x là số nguyên lớn nhất để P < 2.

Bài 10. Cho hai biểu thức: $P=\dfrac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x>0, x\neq 4$

a) Tính giá trị của P khi $x=9$

b) Rút gọn Q.

c) Tìm x để $\dfrac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 11. Cho biểu thức $A=\dfrac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\geq 0; x\neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

c) Tìm x để biểu thức $P=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 12. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\geq 0, x\neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\geq\dfrac{x}{4}+5$

Bài 13. Cho biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0; x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

b) Chứng minh: $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Dạng 4. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình, bất phương trình.

Bài 14. Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy? Biết rằng trên xe ngoài sữa thì chỉ có bác lái xe nặng 68 kg.

Bài 15. Bạn Mai làm một bài thi Toán gồm 30 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu đúng được cộng 4 điểm, mỗi câu sai bị trừ 1 điểm, câu nào không làm thì không bị trừ cũng không được cộng điểm. Bạn Mai đã làm 25 câu và đạt hơn 82 điểm. Hãy cho biết bạn Mai cần trả lời ít nhất bao nhiêu câu hỏi đúng để đạt số điểm như trên

Bài 16. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất tiết kiệm kì hạn 12 tháng là 5,3%/năm. Chị Hoa dự kiến gửi một khoản tiết kiệm vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hàng năm ít nhất là 78 triệu đồng để chi tiêu. Hỏi số tiền chị Hoa cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả trến triệu đồng)?

Bài 17. Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ sau đó khoá lại và vòi thứ hai chảy trong 4 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{2}{3}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể.

Bài 18. Bác Nam chia số tiền 700 triệu đồng của mình cho 2 khoản đầu tư. Sau một năm, tổng số tiền lãi thu được là 51 triệu đồng. Lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 6%/năm và khoản đầu tư thứ hai là 9%/năm. Tính số tiền bác Nam đầu tư cho mỗi khoản.

Bài 19. Hai lớp 9A và 9B cùng ủng hộ sách vở cho các bạn vùng lũ. Mỗi học sinh của lớp 9A ủng hộ 4 quyển sách và 3 quyển vở. Mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 3 quyển sách và 5 quyển vở. Tổng số sách quyên góp được của hai lớp là 288 quyển, tổng số vở quyên góp được của hai lớp là 326 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp?

Bài 20. Bà Minh dùng số tiền 5 tỉ để mua hai mảnh đất. Hai năm sau bà quyết định bán hai mảnh đất đó và được tổng số tiền lãi là 1tỉ 100 triệu. Mảnh đất thứ nhất bà lãi 20% so với lúc mua, mảnh đất thứ hai bà lãi 25% so với lúc mua. Tính số tiền bà Minh bỏ ra mua mỗi mảnh đất trên?

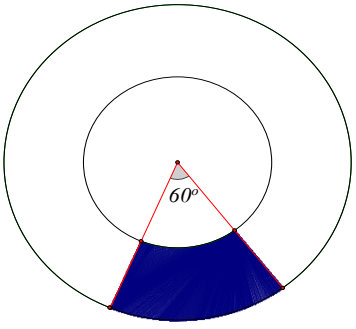
Bài 21. Tích cực hưởng ứng phong trào nuôi lợn nhựa chia sẻ "Tết yêu thương" các bạn học sinh Trường THCS Lê Quý Đôn đã mổ lợn góp qũy. Liên đội đã trích qũy để mua quà tặng các bạn học sinh có hoàn cảnh khó khăn. Nếu mua 27 bao gạo và 15 túi quà tết thì hết tổng số tiền 7 950 000 đồng, nếu mua 25 bao gạo và 17 túi quà tết cùng loại thì hết tổng số tiền 8 450 000 đồng. Tính giá tiền của một bao gạo, một túi quà tết.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 22. Một chiếc quạt giấy khi xòe ra có dạng nửa hình tròn bán kính 2,5dm như hình vẽ. Tính diện tích phần giấy của chiếc quạt, biết rằng khi gấp lại, phần giấy có chiều dài 1,6dm. *(Làm tròn kết quả chính xác đến 0,005 của dm^2)*

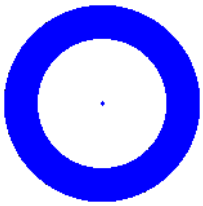
Bài 23. Tại một vòng xoay ngã tư, người ta cần làm các bồn trồng hoa như *hình 1*. Em hãy tính phần diện tích của một bồn hoa ở *hình 2 (phần được tô đậm)*. Biết rằng bán kính của vòng tròn lớn là 8m, bán kính của vòng tròn nhỏ là 3m. *(kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)*

Hình 1

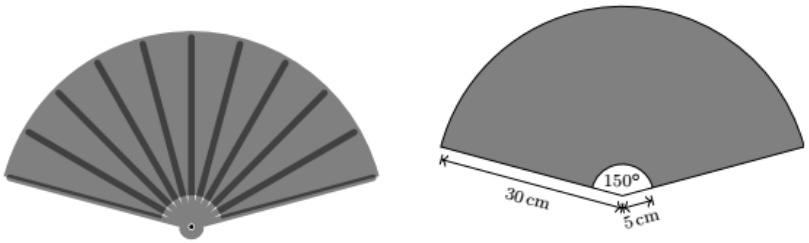


Hình 2

Bài 24. Một bồn hoa trong công viên có dạng hình vành khăn (tô đậm như hình vẽ) người ta muốn trồng hoa bên trong phần tô đậm. Tính diện tích phần trồng hoa, biết rằng bán kính đường tròn lớn là 12m và bán kính đường tròn nhỏ là 10m



Bài 25. Một chiếc quạt giấy khi mở hết mức ra có góc ở tâm là 150^0, bán kính chiếc quạt 30 cm và bán kính phần nan quạt không dán giấy là 5 cm. Giả sử khi dán giấy làm quạt, người ta phải dán đủ hai mặt và phải dư thêm 10% diện tích giấy để dán các mép và làm quạt đẹp hơn, hãy tính diện tích giấy cần thiết để dán quạt nói trên *(Lấy* $\pi \approx 3{,}14$ *và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*



Dạng 6. Bài tập hình học tổng hợp

Bài 26. Cho đường tròn tâm O đường kính AB, hai đường thẳng xx', yy' lần lượt là tiếp tuyến tại A, B của đường tròn tâm O. Một tiếp tuyến thứ ba của đường tròn tâm O tại điểm P (P khác A và B) cắt đường thẳng xx' tại điểm M, cắt đường thẳng yy' tại điểm N.

a) Chứng minh rằng MN = MA + NB

b) Chứng minh bốn điểm A, M, P, O cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh rằng AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính MN.

Bài 27. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi giao điểm của AO và BC là H.

a) Chứng minh AO vuông góc với BC và $4.OH.AH = BC^2$.

b) Kẻ đường kính BD của (O). Gọi I là trung điểm AH; BI cắt (O) tại E và cắt DC kéo dài tại K. Chứng minh tứ giác $BHKA$ là hình bình hành và D, H, E thẳng hàng.

Bài 28. Từ điểm M ở ngoài đường tròn O kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm). Biết $AMB = 60^0$.

a) Tính số đo góc ở tâm AOB.

b) Tính số đo cung nhỏ AB và số đo cung lớn AB.

c) Kẻ đường kính BC của đường tròn O, MC cắt đường tròn O tại điểm D (khác C). Chứng minh rằng: $MA^2 = MC.MD$.

Bài 29. Cho đường tròn (O), các bán kính OA, OB. Trên cung AB nhỏ lấy điểm M, N sao cho AM = BN. Gọi C là giao điểm của AM và BN. Kẻ $OD \perp AM, (D \in AM)$, $OE \perp BN, (E \in BN)$. Lấy I là trung điểm của OC.

a) Chứng minh: Các điểm O, D, C, E cùng thuộc một đường tròn tâm I.

b) Chứng minh: OD = OE.

c) Chứng minh: $OC \perp AB$

Bài 30. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (O) (B,C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Từ B vẽ đường kính BD của (O), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D).

a) Chứng minh bốn điểm A,B,C,O cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

b) Chứng minh rằng $OA \perp BC$ tại H.

c) Chứng minh $OA//CD$

d) Khi $OA = BD$, hãy tính theo R diện tích hình quạt giới hạn bởi bán kính OC, OD và cung nhỏ CD.

Bài 31. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M $(OM > R)$. Vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A,B là các tiếp điểm). Nối OM cắt đoạn thẳng AB tại điểm H.

a) Chứng minh bốn điểm M,A,O,B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $OM \perp AB$ và $OH.OM = R^2$.

c) Vẽ đường kính AC của đường tròn (O), đường thẳng vuông góc với AC tại O lần lượt cắt các đường thẳng BC và MB theo thứ tại các điểm K và N. Hai đường thẳng MK và OB cắt nhau tại điểm Q. Chứng minh $QN \perp MO$.

6. Bài tập khuyến khích

Bài 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo AC $= 3\sqrt{3}$. Gọi S là tổng diện tich tất cả các mặt của hình hộp chữ nhật đã cho. Tìm giá trị lớn nhất của S.

Bài 2. Cho x > 1. Tìm GTNN của biểu thức $A = 4x + \frac{1}{x-1}$

Bài 3. Cho x, y dương thoả mãn $x + y \le 6$. Tím GTNN của $P = x + y + \frac{6}{x} + \frac{24}{y}$.

Bài 4. Cho a, b, c > 0 thỏa mãn ab + bc + ca $= 1$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{a^2+1} + \sqrt{b^2+1} + \sqrt{c^2+1} \le 2\,(a+b+c)$$

Bài 5. Cho x, y, z là ba số dương thoả mãn x + y + z = 3.

Chứng minh rằng: $\frac{x}{x+\sqrt{3x+yz}} + \frac{y}{y+\sqrt{3y+xz}} + \frac{z}{z+\sqrt{3z+yx}} \le 1$

Bài 6. Cho a,b,c là các số thực dương và thỏa mãn $a+b+c=3$.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \ge \frac{3}{2}$.

Bài 7. Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$

--- Hết ---

Hòa Bình, ngày 04 tháng 12 năm 2025

GIÁO VIÊN XÂY DỰNG

Phạm Thị Thu Phương