

TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN  
TỔ KHOA HỌC TỰ NHIÊN

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II  
MÔN: TOÁN 9

Năm học 2025 – 2026

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

**I. ĐẠI SỐ**

- 1) Nhận biết được hàm số và đồ thị hàm số  $y = ax^2 (a \neq 0)$
- 2) Nhớ và vận dụng được công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn
- 3) Hiểu định lí Viète và ứng dụng
- 4) Vận dụng kiến thức giải bài toán bằng cách lập phương trình

**II. THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT**

- 1) Nhớ và hiểu bảng tần số và biểu đồ tần số
- 2) Nhớ và hiểu bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối
- 3) Nhớ và hiểu bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm và biểu đồ
- 4) Hiểu về phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

**III. HÌNH HỌC**

- 1) Nhận biết được góc nội tiếp
- 2) Nhận biết thế nào là đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp
- 3) Hiểu và biết chứng minh tứ giác nội tiếp
- 4) Hiểu đa giác đều nội tiếp, ngoại tiếp đường tròn.
- 5) Viết các công thức tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ, hình nón, hình cầu.

**B. BÀI TẬP MINH HỌA**

**I. ĐẠI SỐ**

**Dạng 1. Giải phương trình bậc hai một ẩn**

**Bài 1.** Giải các phương trình sau:

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| a) $-2x^2 + 18 = 0.$            | b) $3x^2 - x = 0.$                         |
| c) $2x^2 - 5x + 2 = 0.$         | d) $9x^2 - 30x + 225 = 0.$                 |
| e) $5x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0.$ | f) $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0.$ |
| g) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 6 = 0.$  | h) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} - 1 = 0.$ |

**Dạng 2. Định lí Viète và ứng dụng**

**Bài 2.** Cho phương trình  $3x^2 + 2x - 6 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = x_1 - x_2^2$ .

**Bài 3.** Cho phương trình  $x^2 - 2x + m + 2 = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ .

**Bài 4.** Cho phương trình  $3x^2 - 7x - 4 = 0$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình, hãy tính:  $A = |x_1 - x_2|$ .  $B = \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$ .

**Bài 5.** Cho phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2$  trong đó  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình.

**5. Dạng 5: Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

**Bài 6.** Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

**Bài 7.** Một ô tô dự định đi từ A đến B trong 3 giờ. Khi đi được 2 giờ, xe ô tô gặp đường

xấu nên vận tốc giảm 20 km/h so với vận tốc ban đầu. Do đó, ô tô đến B muộn hơn so với dự định là 30 phút. Tính vận tốc của ô tô lúc đầu.

**Bài 8.** Một ô tô đi từ A đến B dài 110 km. Khi đi được 40 phút thì xe ô tô bị hỏng lốp nên phải dừng lại sửa hết 10 phút. Để đến B đúng thời gian dự định, ô tô đi quãng đường còn lại với vận tốc hơn vận tốc ban đầu là 10 km/h. Tính vận tốc của ô tô lúc ban đầu.

**Bài 9.** Theo kế hoạch, một xưởng may phải may xong một lô hàng trong thời gian dự định với năng suất 150 cái áo/ngày. Thực tế, mỗi ngày xưởng sản xuất hơn kế hoạch 20 cái áo. Do vậy, xưởng đã hoàn thành sớm hơn dự định 5 ngày và làm vượt mức 110 cái áo. Hỏi theo kế hoạch xưởng phải làm bao nhiêu cái áo và trong bao nhiêu ngày?

**Bài 10.** Nếu hai người cùng làm chung một công việc thì trong  $\frac{24}{7}$  giờ sẽ xong. Nếu mỗi

người làm một mình thì người thứ hai hoàn thành công việc nhanh hơn người thứ nhất là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao lâu thì xong công việc?

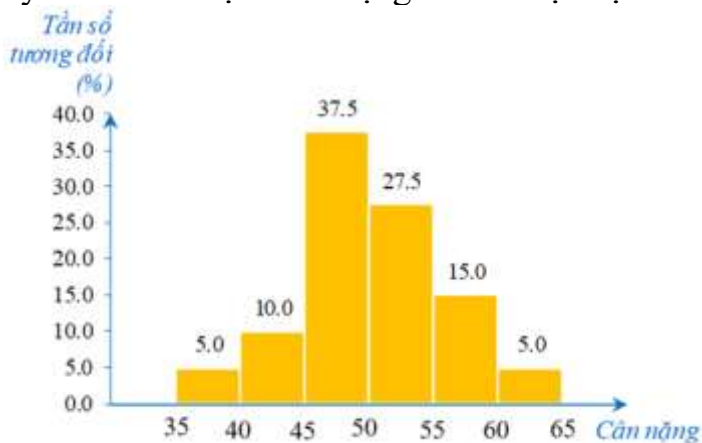
**Bài 11.** Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người chỉ làm được  $\frac{3}{4}$  công việc. Hỏi một người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong?

**Bài 12.** Tính số học sinh khối 9 của một trường, biết rằng nếu xếp mỗi hàng 15 học sinh hay mỗi hàng 20 học sinh thì vừa đủ. Biết số hàng khi xếp mỗi hàng 15 học sinh nhiều hơn số hàng khi xếp mỗi hàng 20 học sinh là 4 hàng.

**Bài 13.** Một người vay 200 triệu đồng của một ngân hàng để làm kinh tế chăn nuôi gia đình trong thời hạn một năm. Sau một năm, người đó được ngân hàng cho kéo dài thời hạn thêm một năm nữa, số tiền lãi năm đầu được gộp với tiền vốn để tính lãi năm sau và lãi suất vẫn như cũ. Hết hai năm người đó phải trả cả gốc lẫn lãi 242 triệu đồng. Hỏi ngân hàng cho vay với lãi suất là bao nhiêu?

### Dạng 6. Thống kê và xác suất

**Bài 14.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn tỉ lệ về cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: kg).



Biết rằng có 11 học sinh có cân nặng từ 50 kg đến dưới 55 kg.

a) Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

b) Bạn lớp trưởng cho rằng có trên 50% số học sinh của lớp có cân nặng từ 50 kg trở lên. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

**Bài 15.** Thống kê điểm sau 46 lần bắn bia của một xạ thủ như sau:

8 9 10 9 9 8 7 7 8 10 10 7 10 9 8 9 9 8 8 9 9 9 8  
10 8 9 8 7 10 7 7 9 9 7 9 8 10 8 7 10 8 8 9 10 8 9

a) Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó

b) Vẽ biểu đồ tần số dạng biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó

**Bài 16.** Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là

90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

a) Hãy ghép các số liệu trên thành 5 nhóm sau:  $[70; 80)$ ,  $[80; 90)$ ,  $[90; 100)$ ,  $[100; 110)$ ,  $[110; 120)$ . Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Bài 17.** Bảng thống kê sau cho biết thành tích luyện tập của một vận động viên nghiệp dư chạy marathon 42km

Thời gian (giờ)	$[6; 6,5)$	$[6,5; 7)$	$[7; 7,5)$	$[7,5; 8)$	$[8; 8,5)$
Số lần	2	6	7	4	1

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn bảng tần số tương đối ghép nhóm thu được.

**Bài 18.** Người ta trồng cà rốt và thử nghiệm một loại phân bón mới, khi thu hoạch người ta đo chiều dài các củ cà rốt thu được kết quả sau:

Chiều dài (cm)	$[15; 16)$	$[16; 17)$	$[17; 18)$	$[18; 19)$	$[19; 20)$	$[20; 21)$
Số củ cà rốt	8	17	30	28	12	5

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên

**Bài 19.** Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất các biến cố sau:

E: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”;

F: “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”;

G: “Tích của hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 8”.

**Bài 20.** Bạn An gieo một đồng xu cân đối và bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1; 2; 3; 4; 5. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Rút được tấm thẻ ghi số lẻ”;

F: “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;

G: “Rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

**Bài 21.** Một đội học sinh gồm 9 bạn tham gia cuộc thi “An toàn giao thông cho nụ cười ngày mai” do nhà trường tổ chức. Trong đó có 5 bạn học sinh lớp 9 là: An (lớp 9A), Bình (lớp 9A), Bảo (lớp 9B), Bách (lớp 9D), Lâm (lớp 9E) và 4 bạn học sinh lớp 8 là: Minh (lớp 8A), Hà (lớp 8B), Ngọc (lớp 8C), Lan (lớp 8E). Chọn ngẫu nhiên một thí sinh trong đội tham gia cuộc thi đó. Tính xác suất của biến cố “Thí sinh được chọn là học sinh lớp 9A”.

## II. HÌNH HỌC

### 1. Dạng 1. Hình học tổng hợp

**Bài 22.** Cho đường tròn  $(O; R)$  có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M bất kì (M khác A và C), BM cắt OC tại E và DM cắt OA tại F.

a) Chứng minh O, F, M, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng CM và AB. Chứng minh rằng:

$$\Delta CMF \sim \Delta EMA \text{ và } AK \cdot BF = AF \cdot BK.$$

c) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ AC để  $\frac{OA}{FA} + \frac{OC}{EC}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 23.** Cho tam giác nhọn ABC có  $AB > AC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC.

- a) Chứng minh tứ giác OMAN nội tiếp.  
 b) Chứng minh  $AD \cdot AN = AE \cdot AM$   
 c) Đường thẳng MN cắt các đường thẳng DE, AO lần lượt tại K và F; AH cắt DE tại I. Chứng minh rằng  $FI \perp AK$ .

**Bài 24.** Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính AB. Đường thẳng d là tiếp tuyến của  $(O)$  tại điểm B. Trên cung AB lấy điểm M (M khác A và B), tia AM cắt d tại điểm C. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM, tia IO cắt đường thẳng d tại điểm N.

- a) Chứng minh tứ giác OBIC nội tiếp một đường tròn.  
 b) Chứng minh  $AI \cdot IC = OI \cdot IN$ .  
 c) Tính số đo góc BAM khi  $2AM + AC$  đạt giá trị nhỏ nhất

**Bài 25.** Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính AB. Một điểm C cố định thuộc đoạn thẳng OA (C khác A và O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với OA cắt nửa đường tròn đã cho tại D. Trên cung BD lấy điểm M (M khác B và D). Tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho tại M cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng AM và CD.

- a) Chứng minh B, C, F, M cùng thuộc một đường tròn.  
 b) Chứng minh  $AB \cdot AC = AF \cdot AM$  và  $\triangle EMF$  là tam giác cân.  
 c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác FDM. Chứng minh góc ABI có số đo không đổi khi điểm M di chuyển trên cung BD.

**Bài 26.** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính AB. Gọi C là điểm thuộc tia đối của tia BA. Vẽ tiếp tuyến Ax của đường tròn  $(O)$ . Qua điểm C vẽ tiếp tuyến CE với đường tròn  $(O)$  (E là tiếp điểm) cắt tia Ax tại điểm D; OD cắt AE tại điểm H.

- a) Chứng minh bốn điểm O, A, D, E cùng thuộc một đường tròn.  
 b) Chứng minh rằng  $OD \parallel BE$  và  $DH \cdot DO = DA^2$ .  
 c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CD và tia BE lần lượt tại M và N; DN cắt OE tại J; AN cắt OD tại I. Chứng minh ba điểm I, M, J thẳng hàng.

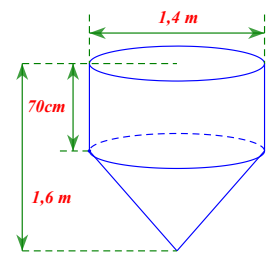
## 2. Dạng 2. Bài toán thực tế về hình khối

**Bài 27.** Một hộp đựng bóng có dạng hình trụ đựng được vừa khít 3 quả bóng như hình vẽ bên. Coi quả bóng có dạng hình cầu với đường kính 6cm.

- a) Tính thể tích của hộp đựng bóng.  
 b) Tính thể tích phần khoảng không trong hộp.

**Bài 28.** Một dụng cụ gồm một phần có dạng hình trụ, phần còn lại có dạng hình nón. Các kích thước cho trên hình vẽ. Hãy tính:

- a) Diện tích mặt ngoài của dụng cụ (không tính nắp đậy).  
 b) Thể tích của dụng cụ (lấy  $\pi \approx 3,14$  và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



**Bài 29.** Một hộp kem hình trụ có đường kính 12 cm và chiều cao 15 cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.

- a) Tính thể tích hộp kem.  
 b) Hộp kem chứa kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12 cm và đường kính 6 cm, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.

